

Nicht-lineare Systeme oder Phänomene der Chaos-Theorie

Erkenntnistheorie im 21. Jahrhundert

**„Die Welt erscheint uns sehr komplex,
weil sie sehr komplex ist!“**



Arthur G. Sutsch
Lord of Grimthorpe
Auf der Sternwarte
1715 Alterswil, Schweiz

© 2004 - 2016

Inhalt

Inhalt.....	2
Vorwort.....	3
Zum philosophischen Geleit.....	5
Rückblick.....	9
Aristoteles (384-322 AD)	9
Claudius Ptolemaeus (150 - 87 AD)	10
Nicolaus von Cues (1401-1464).....	10
René Descartes (1596-1650).....	11
Sir Isaac Newton (1643-1727)	11
Henri Poincaré (1854-1912)	12
Benoit Mandelbrot (1924-2010).....	12
Die fractale Welt des Benoit Mandelbrot.....	15
Chaos	15
Von der Zeit zum 2. Hauptsatz der Wärmelehre zum Chaos	16
Einsetzendes Chaos	16
Die Attraktoren	18
Chaos-Theorie in der ‚wirklichen‘ Welt.....	19
Chaos-Theorie im Weltall	20
Die Planetenbahnen	21
Der grosse rote Fleck des Jupiter	21
Die Bildung von Galaxien	22
Zusammenfassung	23
Literatur und Software Beispiele	24
Software:	24
Bücher:	24
Books on Tape:	24

Vorwort

Dieser Vortrag behandelt Aspekte von nicht-linearen Systemen in der Chaos-Theorie. Dabei werden einige Chaos-Phänomene und die fractale Natur näher beleuchtet und Anwendungen - aufgrund der Herkunft des Autors – auch im Weltall aufgezeigt. Chaos und Fractale basieren auf nicht-linearen Systemen, die in den zurückliegenden Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts das Verständnis unseres Lebens entscheidend beeinflusst haben und in der Zukunft noch weitaus mehr beeinflussen werden.

Die Kurzform der sprachlichen Umschreibung dieser neuen Wissenschaft, „Chaos – Theorie“, ist ein wenig unglücklich für Aussenstehende gewählt, da unter dem Terminus ‚Chaos‘ landläufig immer etwas Negatives verstanden wird, was nichts mit dieser Wissenschaft gemeinsam hat. Da man aber bemüht ist, kurze und prägnante Wortschöpfungen für komplexe philosophische und wissenschaftliche Phänomene zu finden, hat man den Terminus gewählt. Unter „Nicht-Linearität“ kann sich nämlich nicht jeder etwas vorstellen und ausserdem wäre der Terminus zu eng gefasst. Ausdrucksformen, wie „Theorie des Wandels“ oder „Veränderung“, treffen den Kern ebenso wenig eindeutig.

Man kommt nicht umhin, die weitreichenden Implikationen dieser Theorie hinein in die Philosophie und Wissenschaftstheorie zu streifen, da sie fundamentale Veränderungen im Begriffsumfeld unserer Arbeit des Schaffens von Wissen und unseres Selbstverständnisses hervorruft.

Chaos-Theorie kann anhand von - scheinbar - sehr einfachen Vorgängen des täglichen Lebens erfahren und untersucht werden. Es stellt sich dabei heraus, dass diese Vorgänge in Wirklichkeit sehr komplex sind und von der klassischen Wissenschaft bewusst ausgegrenzt wurden, da sie derart komplexe Manipulationen beinhalten, die nicht dem Labormuster von Abstraktion auf rudimentäre Grundmuster (Kreise, Kugeln, Linien, Rechtecke, Quader, Kegelschnitte, etc.) unserer Untersuchungen entsprechen: es sind die Elemente unseres Lebens selbst, die

Dinge, die uns täglich umgeben, und für welche die moderne Wissenschaft bis heute noch keine definitiven Erklärungen aufzeigen kann.

Man benötigt dazu weder riesige Teleskope, noch Teilchenbeschleuniger oder Massenspektrographen. Es genügt ein tropfender Wasserhahn, eine Fahne im Wind, ein Sandhaufen, ein Baum, ein Broccoli, eine kleine Holzkugel und eine Salatschüssel, um nur einige Experimentaufbauten zu nennen. Schnelle Computer sind ebenso wenig gefragt - nicht auf die letzte Technologie, der State-of-the-Art eines CRAY-Supercomputers, oder eines Pentium X-Prozessors kommt es an, sondern ein offenes, State-of-the-Art Denkvermögen ist gefragt. Ein Taschenrechner für 10 Franken genügt, wenn man Chaos-Vorgänge mathematisch nachbilden will.

Die Auswirkungen der Theorie des Wandels und des Chaos ist uns heute allgegenwärtig im Privat- und Berufsleben. Althergebrachte Ruhe-Systeme werden umgestossen, neue Konzepte erprobt, Organisationsstrukturen verändert. Ständig sich verändernde Gegebenheiten des jeweiligen Marktes verlangen neue, flexible Systeme und Strukturen, die sich diesem Wandel anpassen können. Dabei wird oft übersehen, dass der Mensch zwar Verursacher dieses Wandels in den meisten Fällen selbst ist, er aber gleichzeitig über ein inhärentes Beharrungsvermögen verfügt, das ihm den Wandel als negativ, beängstigend und unsicheres Umfeld erfahren lässt. Er wehrt sich innerlich, Altgewohntes zu verlassen und in Neuland vorzustossen – und erschwert sich somit selbst das Leben in dem Wandel, dem er nicht entkommen kann, weil es die Natur in und um ihn herum selbst ist.

Wir sehen ständig Gefahren in den Aktionen des Menschen die Natur betreffend und bilden uns ein, eine Schutzfunktion für die Natur übernehmen zu müssen und es auch zu *können* – und vergessen in unserer Überheblichkeit und Kleingeisterei dabei, dass die Natur der alleinige Meister des konstanten Wandels und der Zerstörung und Neuerschaffung selbst ist – ohne Zutun des Menschen. Wir können noch so viele Sprayflaschen abschaffen, um die Ozonschicht und die Atmosphäre zu ‚retten‘ – wenn unser gigantisches Zentralgestirn, die Sonne, auch nur einmal hustet, laufen auf der Erde nur noch geröstete Peanuts herum und wenn die Sonne auch nur um ein halbes Grad wärmer wird, kommt es bei uns zu Klimaveränderungen des

Ausmasses der Erschaffung der Sahara aus einer vormals blühenden Vegetation, begleitet von riesigen Stürmen und Unwettern über einen sehr langen Zeitraum.

Die Beschäftigung mit den Phänomenen der Chaos-Theorie, der Theorie des Wandels und der Nicht-Linearität, soll helfen, solche Zukunftsängste abzubauen und das Neue und den Wandel als normales Element unseres Lebens aufzunehmen und positiv zu sehen.

Zum philosophischen Geleit

Den Dogmen der westlichen Kirche setzt mit dem Beginn der Renaissance der westliche Mensch die neuerwachte Wissenschaft gegenüber. Mit ihr glaubt er, über Jahrhunderte verlorenes Terrain gut machen zu können, da er nun Erklärungen statt Ermahnungen und Vorhaltungen bekommt. Allgemein wird die Renaissance verstanden als die Neuentdeckung der Welt *und* dem Menschen darin.

Eine andere Art, den Menschen in der Renaissance zu sehen, stammt von *Etienne Gilson (1884-1978)* in „Les Idées et les Lettres“

- *Der Unterschied zwischen der Renaissance und dem Mittelalter ist nicht eine Differenz durch Addition, sondern durch Subtraktion. Die Renaissance ist nicht das Mittelalter plus der Mensch, sondern das Mittelalter ohne Gott, und die Tragödie besteht darin, dass - indem die Renaissance Gott verlor - sie auch den Menschen verloren hat.*

In der westlichen Welt kann man den Beginn der heutigen Wissenschaft und das dazugehörige philosophisch-geistige Gerüst in der Renaissance sehen. Aufbauend auf den hervorragenden arabischen Forschungen während der „dunklen“ Phase des christlichen Mittelalters, d.h. des Eingeschnürtseins des menschlichen Geistes durch die christliche Kirche, regten sich mit dem Beginn der Renaissance erste zaghafte Versuche, dogmatischen Unfug und lachhafte Vorstellungen von unserer Welt über Bord zu werfen.

Nobelpreisträger *Ilya Prigogine* (1917-2003) fasst das Verständnis unserer klassischen Wissenschaft zusammen:

Wissenschaft basiert auf Ursache und Wirkung, die Zukunft wird durch die Gegenwart bestimmt: eine exakte Studie der Bedingungen und Anfangsbedingungen der Gegenwart erlaubt es uns, die Zukunft genau zu bestimmen. Diese These war nicht mehr als eine theoretische Möglichkeit; die scheinbar unendliche Anwendung dieser Prinzipien formten das Bild unserer wissenschaftlichen Welt, wir können es den Mythos der Grundfesten klassischer Wissenschaft nennen. Für fast alle Wissenschaftler unserer Welt, inklusive Einstein, stellte Wissenschaft einen Versuch dar, über die Welt der Erscheinungen hinaus, eine zeitlose Welt supremer Rationalität zu erreichen.

Dies bedeutet: Wissenschaft hat seine Quellen im Determinismus.

Karl Popper (1902-1994), vielleicht der grösste Naturphilosoph unserer Zeit, beschreibt die Verankerung des Konzeptes „Determinismus“ in den Naturgesetzen:

Historisch gesehen, kann man wissenschaftlichen Determinismus als Resultat des Ersetzens der Vorstellung von Gott durch die Vorstellung der Natur verstehen, und die Vorstellung göttlicher Gesetze durch die Naturgesetze ersetzen. Die Natur, oder vielleicht die Gesetze der Natur, sind allmächtig, allwissend: Natur erklärt alles, Natur regelt alles. Im Gegensatz zu Gott, der nur durch Offenbarung sich dem Menschen öffnet, können die Naturgesetze durch den menschlichen Geist eingesehen und durch Experimente und Versuche verstanden werden. Kennen wir die Gesetze der Natur, können wir die Zukunft vorhersagen, basierend auf den vorgegebenen Daten - durch rein rationale Methoden.

Sir Isaac Newton (1643-1727) war der erste grosse Wissenschaftler des Determinismus. Seine Theorie der Gravitation manifestierte das Gebiet der Mechanik, den Kern der klassischen Physik. Es stellte ein Paradigma, ein erweitertes Modell vor, welches die Wissenschaft immer wieder nachahmte. Newton stellte die Wissenschaft als das Gebiet eines geordneten, mechanistischen Universums dar; ein Universum, welches so gleichmässig und geordnet ist, wie der Lauf einer Uhr.

Die Anwendung dieses Paradigmas hat der modernen Wissenschaft uneingeschränkten Erfolg beschert. Seit 300 Jahren haben Wissenschaftler die Vorgehensweise Newtons angewandt, um neue Gebiete des Wissens zu erforschen. Rechtfertigt dieser Erfolg aber unseren Glauben, dass das Universum wirklich deterministisch ist? Der grosse schottische Physiker *James Clerk Maxwell (1831-1879)* hegte bereits 1873 Zweifel, indem er darlegte, dass die Auswahl der Sicht auf die Naturvorgänge einseitig ist: Wissenschaftler wählen bewusst Vorgänge aus, welche den Uhrwerksmechanismus des Universums unterstreichen. Ihre Argumentation beinhaltet das Diktum, dass kleine Änderungen in den Anfangsbedingungen nur kleine Änderungen des Endresultates bewirken. Diese falsche Sicht durch bewusste Auswahl der Vorgänge half dem Determinismus auf ungeweine Weise. Der klassische Determinismus hat selbst die Relativitätstheorie und die Quantentheorie überdauert, wenn auch mit zusätzlichen Nuancen im Verständnis um den Determinismus.

Als *Werner Heisenberg (1901-1976)* in den zwanziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts seine Unschärferelation formulierte, die - vereinfacht gesprochen - besagt, je genauer man den Ort eines Teilchens kennt, desto weniger man seinen Impuls kennt und je besser man seinen Impuls beschreiben kann, desto weniger man den Ort des Teilchens kennt, verbannte man diesen Satz ins Reich der Quantenmechanik (wo er auch herkommt), ohne sich über die Konsequenzen im ‚wirklichen‘ Leben klar zu sein. Man hat es als Anhängsel und bekanntesten Satz der Quantenmechanik immer ‚nur‘ mit sich herumgetragen, und nicht gewagt, dessen Auswirkungen auf die Realität zu sehen. Gerade so, als ob die Quantenmechanik nichts mit der Realität zu tun hätte, wo sie doch die kleinsten Elemente der Wirklichkeit und deren Dynamik zu beschreiben versucht!

Heute kennen wir die Arbeitsweise der Forscher genau so. Experimente werden so ausgewählt und mit Anfangsbedingungen ausgestattet, dass sie immer die Resultate zeigen, die von ihren Urhebern verlangt werden oder zumindest in die Richtung weisen, so dass ein positives oder negatives Resultat herauskommt. Die Statistik mit ihren ausgefeilten Darstellungsmöglichkeiten trägt ihren Teil dazu bei, dass das mechanistische Modell Newtons weiterhin des Forschers liebstes Kind bleibt.

Kürzliche Entdeckungen jedoch haben gezeigt, dass fundamentale Konzepte wie Determinismus und Vorhersagbarkeit radikal verschiedene Bedeutungen gegenüber den traditionellen Vorstellungen erlangen können. Eine Begriffsrevolution hat sich durch die Wissenschaften hinweg ausgebreitet und sie hat die Wissenschaften in Bereiche geführt, die vormals außerhalb der Begriffswelt der Wissenschaften angesehen wurden.

Diese konzeptuelle Revolution hat ihre Wurzeln in vier unterschiedlichen Domänen, auf die beiden ersten soll hier näher eingegangen werden. Man stösst auf kürzlich (wieder) entdeckte Phänomene, die anfangs seltsam, bizarr und sicherlich nicht intuitiv sind:

- **Fractale**
- **Chaos**
- **Selbstorganisation**
- **Emergenz.**

Die *Selbstorganisation* ist der Bereich, in dem sich komplexe Einheiten aus einfachen Komponenten - ohne einen gross angelegten Bauplan - selbst erschaffen. Manchmal spricht man auch von „spontaner Organisation“, da Ordnung aus der Unordnung ohne offensichtlichen Grund entsteht. Der Grund für die neue Ordnung ist das Ungleichgewicht. Selbstorganisation zeigt uns, dass unser Leben, unsere Welt, eine Welt konstanter Veränderung sein *muss*.

Emergenz oder entstehende Berechnungen als viertes Begriffselement, zusammen mit künstlichem Leben, beschäftigt sich mit der Logik hinter der Selbstorganisation.

Die Erforschung des künstlichen Lebens zeigt uns neue Naturgesetze auf, welche als die Gesetze der Intelligenz verstanden werden können. Emergenz Prozesse sind dergestalt, dass sich das Endergebnis nicht durch den Anfangszustand ableiten lässt (akausale und quasi-deterministische Wechselwirkung).

In den letzten Jahren wurde es immer offensichtlicher, dass die vier oben genannten, neuen Begriffswelten miteinander eng verbunden sind, Zusammenhänge in einem neuen Gesamtsystem erklären, und dadurch eine völlig neue Sicht auf die Wissenschaften gestatten und einen reicheren, offeneren Blick auf den Begriff „Wissenschaft“ selbst offenbaren.

Die neue Wissenschaft der Komplexität, der Ordnung aus dem Chaos, ist die Wissenschaft der Schöpfung. Dies ist die Wissenschaft, die unser Leben im 21. Jahrhundert bestimmen wird.

Rückblick

Ordnung beherrscht die antike Welt. *Euklid (ca. 325 bis ca. 265 AD)* hat die Welt und unser Universum in 3 diskrete Dimensionen eingeteilt und uns hierfür eine Axiomatik und Definition gegeben: Länge, Breite und Höhe. Daraus haben wir in den letzten 2300 Jahren unsere klassische Physik aufgebaut, die sich auf elementare Vorgänge abstützt und daraus unsere Welt zu erklären versucht. Wir haben kürzlich dem Euklid die vierte Dimension dazu geschenkt: die Zeit. Wir rechnen seit Einstein im Raumzeit Kontinuum und erkennen, dass nichts absolut, sondern alles relativ zu einander ist.

Aristoteles (384-322 AD)

Aristoteles hat durch das Einführen des Syllogismus in der Philosophie eine Basis zum intellektuellem Aufbau eines Gedankengebäudes geliefert, welches auch heute – wenn richtig angewandt - seine Gültigkeit haben kann. Mit seinen Grundelementen Feuer, Erde, Wasser und Luft hat er ein lange währendes Gebäude eines Weltbildes geschaffen, in welchem die Phänomene des Himmels in Sphären eingeteilt und hinter diesen der „bewegungslose Erstbewegende“ thront, den er Gott nennt. Trotz

seiner brillanten logischen Denkweise und dem exzellenten logischen Konzept des Syllogismus hatte Aristoteles seine Probleme mit dem Verständnis der Unendlichkeit und beging, wie viele auch nach ihm, den Fehler, dieser Verständnislosigkeit dadurch ein Ende zu bereiten, indem er nach Gott rief (der bewegungslose Erstbewegende). Leider stellte sich heraus, dass das aristotelische, logische Denken allein nicht ausreicht, um die Phänomene des Himmels zu beschreiben: die Erde ist eben nicht der Mittelpunkt der Welt, die Planetenbahnen sind keine Kreise und die Fixsterne sind auch nicht auf einer gläsernen Kugel angeheftet, die von dem bewegungslosen Erstbeweger bewegt wird.

Claudius Ptolemaeus (150 - 87 AD)

Claudius Ptolemaeus führte die nicht der Ordnung gehorchen wollende Himmelsbewegung der Planeten mittels der Epizykeltheorie zu einem (fast) funktionierenden Weltbild zusammen - der Schein der Betrachtung der Welt war Jahrhunderte lang gewahrt. Die Beobachtungen waren damals solch einfachen Messmitteln unterworfen, dass auch die Abweichungen von der Epizykeltheorie des Ptolemaeus nicht gravierend ins Gewicht fielen und ausserdem sich niemand in den vielen Jahren bis in die Renaissance in unseren Breiten um genaues Messen kümmerte.

Nicolaus von Cues (1401-1464)

Aus Furcht vor einem analogen Schicksal wie *Giordano Bruno* (1601 wurde er wegen seiner Predigten über die Unendlichkeit der Welt auf dem Scheiterhaufen verbrannt), äusserte Nicolaus von Cues seine Vermutung und philosophische Überzeugung sehr zögerlich und schwammig: er meinte sehr wohl „Unendlichkeit“ als er von „Undefiniertheit“ des Weltalls und der darin enthaltenen Welten von einer „undefinierten Anzahl“ (sprich: Sonnen und Planeten) sprach. Er war der erste, der diese - inzwischen heilig gewordene - Ordnung in Frage stellte.

René Descartes (1596-1650)

Descartes führte die Rechnung mit den Euklidischen Dimensionen zusammen: er „erfand“ das Koordinatensystem, welches es erstmals gestattete, Abläufe in Funktion von einander, und damit auch in Abhängigkeit von der Zeit darzustellen. Wenn wir Koordinatensysteme anwenden, sprechen wir heute von ‚kartesischen‘ Koordinaten. Die besten Beispiele sind irgendwelche Vorgänge (Werte aufgetragen auf der senkrechten Achse, der Ordinate) in einer (Abszisse oder horizontalen Achse) Zeit t von links beginnend mit dem niedrigen Wert, meist '0' (t_0), und wachsend nach rechts aufsteigend.

Sir Isaac Newton (1643-1727)

Darauf aufbauend konnte Sir Isaac Newton die Welt neu ordnen: er gab dem Ganzen die Basis der klassischen Naturgesetze, indem er die Bewegungsabläufe erklärte. Seine Welt definierte und erklärte die Gesetze, welche die abstrahierten Gebilde der Welt, die Kugeln, die Kegel, die Quader, etc., beschreiben konnten. Mit dem Gravitationsgesetz konnte nun auch erklärt werden, warum die Erde um die Sonne lief, und welche Kräfte dabei welche Reaktionen hervorrufen.

Planeten und Sonnen konnten nun begrifflich verständlich in Relation gesetzt werden und das Kräftespiel untereinander verstanden werden. In dieser neuen Selbstzufriedenheit haben Heerscharen von Forschern und Wissenschaftlern Wissen geschaffen bis in unsere Tage. Es fehlten zur Zeit Newtons noch die mathematischen Hilfsmittel, um tiefer in die Problematik der Vielkörperphysik einzusteigen. Probleme traten eigentlich keine auf. Um sich eine einfache und beweisbare Welt zu erschaffen, reduzierte man die Komplexität unserer Welt auf das Labor, indem man eben nur mit Kugeln, Kegeln, Quadern, Kreisen und Kegelschnittkurven arbeitete. Alles versuchte man in seine Grundelemente zu zerlegen, um an diesen idealisierten Stilformen das Funktionieren der Welt zeigen zu können. Man vermied unter allen Umständen, ein System in seiner Komplexität verstehen zu lernen - es wurde erst einmal in vermeintliche Basisformen zerlegt,

damit man dann von innen heraus – scheinbar - das Gesamtgebäude wieder aufbauen konnte.

Henri Poincaré (1854-1912)

Ende des vorletzten Jahrhunderts wagte sich Henri Poincaré an die analytische Lösung eines komplexen Themas, welches den logisch nächsten Schritt nach der Erfassung der Kräfte zweier Körper darstellte: das 3-Körper Problem - und zu seinem grossen Erstaunen musste er feststellen, dass inkrementale Veränderungen an den Anfangszuständen der Berechnung des 3-Körperproblems nicht inkrementale, sondern völlig wahllos erscheinende Veränderungen nach wenigen Termen der Durchrechnung ergaben. Er setzte als erster systematisch die sog. mathematische Iteration ein, einer der wichtigsten Schritte zur Berechnung komplexer Vorgänge in der Physik und Mathematik: man nimmt das Resultat aus der Berechnung einer Formel als Eingangsparameter in die Formel für die nächste Berechnung und immer so weiter. Poincaré war dem Phänomen nicht gewachsen, es standen auch keine schnellen Rechenmaschinen zur Verfügung, damit er hätte weiter experimentieren können und die mühsame Rechenarbeit von Hand führte schnell dazu, dass er das Problem beiseite schob - und da liegt es noch heute.

Es gibt auch heute im Zeitalter von massiven Parallelrechnern und Super-CRAYs noch keine allgemeine Lösung des 3-Körperproblems. Im Gegenteil: jeder Rechner, mit dem man das Problem anpackt, liefert sehr schnell völlig andere Ergebnisse. Moderne Rechner zeigen, dass es keinen Sinn macht, mit mehr Rechenleistung an das Problem heranzugehen: es treten völlig neue Phänomene auf, die man mit unstetig und nicht-linear bezeichnet.

Ohne es zu wissen, war Poincaré in die Welt der Chaos-Theorie eingedrungen.

Benoit Mandelbrot (1924 - 2010)

An dieser Stelle muss Benoit Mandelbrot - ein Forscher unserer Zeit - zitiert werden. Die Erklärung von natürlichen Phänomenen kann eben nicht mit der klassischen Mathematik und Physik herbeigeführt werden:

Wolken sind keine Kugeln, Berge keine Kegel, Baumrinde ist nicht eben und Blitze laufen nicht in geraden Linien.

Scheinbar einfache Probleme entziehen sich der klassischen Mathematik: z. B. die Berechnung der Länge einer Küste. Je nach verwendetem Masstab treten bei Küstenlängenberechnungen enorme Unterschiede auf: je kleiner der Masstab, desto länger wird eine Küste. Gleiches gilt für die Oberfläche eines Berges oder eines Flusslaufs.

Am besten wird das Problem der klassischen, ganzzahligen Dimensionen an dem Küsten-Messbeispiel klar. Die Länge einer Küste kann man gar nicht messen, da man immer nur einen Masstab mit einem festen Mass und dessen Vervielfältigung zählt. Mit der Küste als solcher hat dies nichts zu tun - oder wann haben Sie das letzte Mal einen Haufen Meterstäbe an einer Küste liegen sehen? Wann ist die Küste eine solche und ab wann zählen wir welchen Stein noch zu der ‚Küste‘? Die fractale Natur der Dimension ‚Küstenlänge‘ wird dadurch klar. Man kann es auch weniger freundlich ausdrücken: der Begriff ‚Küstenlänge‘ ist ein logischer Unsinn! Dann sind aber viele Begriffe logischer Unsinn. Denken Sie einmal darüber nach. Unsere Welt bekommt ein ganz anderes Gesicht vom rigiden Modell der mathematischen Quadrate und Dreiecke zur ‚wirklichen‘ Welt, der Welt, die „wirkt“, etwas veranlasst (Sprache!).

Die Lösung liegt in der fractalen Natur der Dimensionen, einem fundamentalen Denkansatz in der Chaos-Theorie. Die ganzzahligen Dimensionen sind lediglich Sonderfälle in einer beobachteten Wirklichkeit, so wie ein Kreis einen Sonderfall bei den Kegelschnitten darstellt. Das Gros der Kegelschnitte sind eben Hyperbeln und Parabeln. Oder, dass man das Glas immer nur zerbrechen und nie sich aus Scherben zusammenbauen sieht.

Durch die Akzeptanz der fractalen Natur der Dimensionen wird der Übergang von einer Dimension in die andere ‚smooth‘, glatt und kontinuierlich. Die Sprünge sind aufgehoben. Experimente in der Schule bekommen eine ganz andere Bedeutung, da

man dort immer nur die Spezialfälle sieht, nicht aber den fließenden Übergang (den „*panta rhei*“ des Heraklit).

Eine Wolke sieht aus der uns gewohnten Entfernung so aus, wie wir sie alle kennen. Nähern wir uns der Wolke, so wird diese allmählich diffus, bis sie sich in winzige kleine Wassertröpfchen auflöst. Wann ist die Wolke eine Wolke, und wann ist es ein Wassertröpfchen, und wie geschieht der Übergang? Nur in unserer Betrachtungsweise.

Wir sehen ein Wollknäuel auf die Entfernung von 20 m wie eine Kugel; näher dran, erkennen wir einzelne Fäden, dann mit der Lupe und mit dem Mikroskop einzelne Teile eines Fadens (wir sehen kein Wollknäuel mehr), usw. Wann haben wir die 3. Dimension des Wollknäuels verlassen?

Ist die Dimension immer eindeutig zuordenbar? Oder gibt es, wie bei der Küstenberechnung, vielleicht gar keine eindeutige Dimension eines Gebildes, Fläche oder Linie - liegt die Dimension irgendwo zwischen 1 und 2? Damit ist die Dimension fractal - vielleicht 1.42 ?

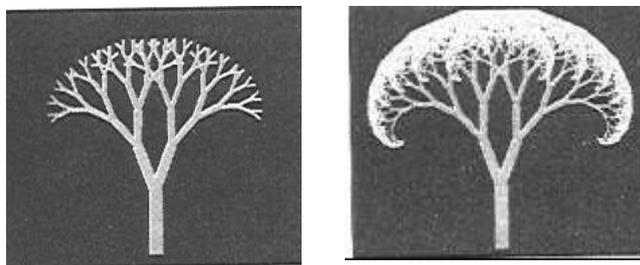


Fractaler Spiegel von Desborough - wahrscheinlich keltisch 1. Jahrhundert nach Chr.

Die fractale Welt des Benoit Mandelbrot

Fractale sind sog. selbstähnliche (selbst-affine) Abbildungen. Einfache Gebilde, deren primäres Merkmal die **Skalierung** in allen Ebenen ist. In vielen Bereichen sind gewisse Gesetzmässigkeiten nur durch die Konstanz der Skalierung gegeben: Grosstädte in den USA z.B. weisen alle ein Merkmal auf: es besteht ein fester Zusammenhang zwischen der Anzahl der Menschen und der Fläche der Stadt; dies gilt sowohl für schnell wachsende Städte, als auch für langsam wachsende und solche, die geschrumpft sind. Der Skalierungsfaktor ist praktisch konstant.

Fractale entstehen aus der Iteration von Vorgängen: das Resultat einer Berechnung wird als Eingabe für die nächste Berechnung verwendet. Bilder am Computer über Fractale in Form der Julia-Mengen sind uns hinreichend bekannt. Sie entstehen durch Iteration und kleine Änderungen in den Anfangsbedingungen. Bestes Beispiel: das Farn. Ein Farn ist die vielfältige selbstähnliche Abbildung einer sehr elementaren Form, immer ein wenig gedreht, grösser oder kleiner werdend, je nach Ansatz der Gleichung.



Baum mittels selbst-affiner, fractaler Abbildung; rechts nach 15 Iterationen (Michael Batty)

Chaos

Chaos tritt ein, wenn durch einfache Iterationen einer (auch sehr einfachen) Gleichung grosse Komplexität entsteht. Die Voraussagen der Ergebnisse werden unbestimmt. Die einfache mathematische Formel

$$X_{\text{nächstes}} = rx(1-x)$$

ist eine solche. Für jedes X ist das Resultat die Eingabe für den nächsten Wert von X . Ursprünglich als Wachstumsfunktion einer Bevölkerung aufgefasst, lässt sie sich heute auf viele Bereiche des menschlichen Lebens anwenden.

Von der Zeit zum 2. Hauptsatz der Wärmelehre zum Chaos

Grosses Kopfzerbrechen hat dem Menschen seit jeher die Zeitkonstanz und die Umkehrbarkeit der Zeit bereitet. Im Labor hat man gern die Möglichkeit, Phänomene zeitunabhängig, d.h. reversibel zu betrachten, wie man einen Film rückwärts laufen lassen kann. Im Leben ist dies leider nicht der Fall:

Ein Glas fällt vom Tisch und zerbricht. Bis heute hat noch niemand beobachtet, dass es einen Fall gegeben hätte, in dem die Scherben des Glases sich wieder sammeln und zum Glas werden. Mathematisch ist dies möglich, da die Lösung der Gleichung mit zwei Vorzeichen daherkommt.

Ein Holzsplit wird im offenen Kamin verbrannt; bis heute hat noch nie jemand gesehen, dass sich die Wärme sammelt und zum Holzsplit wird.

Was steckt dahinter? Der vertrackte zweite Hauptsatz der Wärmelehre, der behauptet, dass ein geschlossenes System (ohne Energiezufuhr von aussen) immer nur an Entropie, d.h. maximaler Unordnung (eine etwas vereinfachte Darstellungsform) zunehmen kann.

Weshalb auch warmes Wasser immer nur abkühlen kann und damit das Universum dem allgemeinen gleichmässigen Wärmetod entgegenstrebt. Man kann das Entropieverhalten auch als Streben nach höchster Unordnung („Durchmischung“ ist der exaktere Ausdruck) in einem geschlossenen System auffassen.

Mit Chaos jedoch haben diese Fälle nichts gemeinsam.

Einsetzendes Chaos

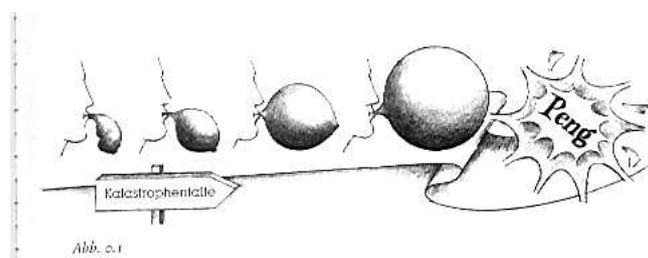
Chaos setzt ein, wenn in einem offenen System an den Grenzschichten, am Übergang von einem Stadium zu anderen - und durchaus nicht ohne Energiezufuhr - ein gewisses Korrekturverhalten oder Nicht-Linearität in den Vorgängen ohne vorheriges Hinführen auf ein solches Erkennen sichtbar wird:

Der Sandhaufen, der sich immer wieder zu einem recht idealen Sandhaufen ausbildet, auch wenn die Zufuhr von Sand von oben durch die Veränderung der Menge kurzzeitig zu Unregelmäßigkeiten und Ausbrüchen nicht vorbestimmbarer Natur führt. Er wird sich immer wieder „bemühen“, einen der Schwerkraft unterworfenen, regelmässigen Sandhaufen zu bilden. Im Gegensatz zum geschlossenen System wird hier jedoch Energie von aussen zugeführt.

Auch im Übergang von Eiskristallen bei Null Grad kaltem Wasser ist die Kristallbildung der Skalierungsphysik - wenn auch mit unbestimmtem Ausgang - unterworfen. Eine Reproduktion einer Situation der gleichen Bildung von Eiskristallen ist nicht möglich, auch wenn gleiche Grundbedingungen eingestellt werden.

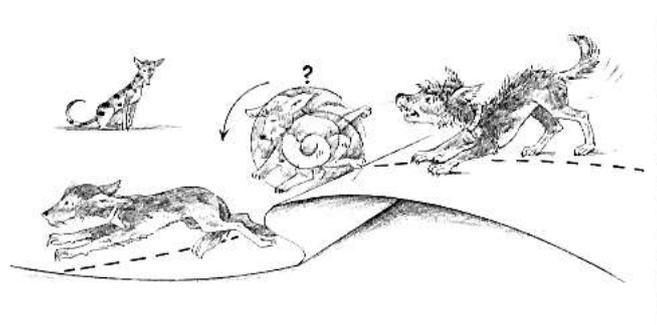
Der französische Mathematiker René Thom zeigt durch das Phänomen der Faltung, wie Vorgänge an einer Übergangsschwelle vom geordneten in den chaotischen Zustand übergehen können. Zwei Beispiele hierzu:

1. Ein Ballon wird aufgeblasen. Sein freier Parameter ist der Luftdruck, mit dem man ihn aufbläst. Er nähert sich einem Katastrophenfall mit dem Grösserwerden und zerplatzt mit einem Knall, d.h. ändert seinen Zustand abrupt. Man kann dieses Phänomen mittels einer Falte darstellen ab dieser das System in einen chaotischen Zustand übergeht.



2. Unser Hund sieht einen Kollegen. Zuerst gehen die beiden aufeinander zu und es ist nicht abzusehen, ob unser Hund den anderen anknurrt und auf ihn zurennt oder dieser das Weite sucht. Kommt unser Hund nun näher an die Falte, d.h. er sieht den anderen Kollegen aus der Nähe und erkennt, dass dieser wesentlich grösser (stärker

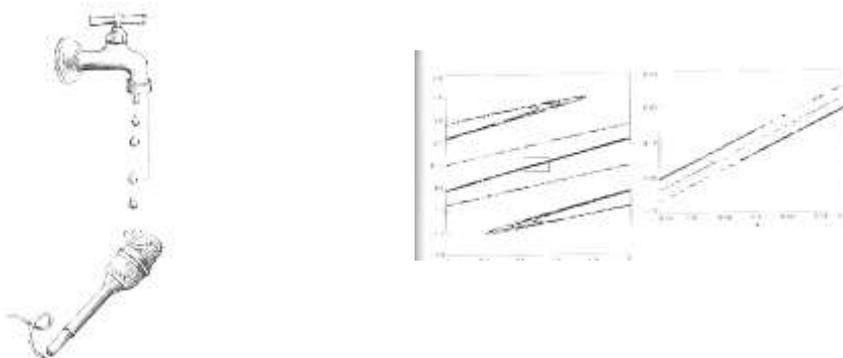
- jedenfalls bedrohlich aussieht), so kann er in einen chaotischen Zustand kommen und blindlings davon rennen.



Die Attraktoren

Grund für die vorgenannten Phänomene ist ein Element aus der Chaos-Theorie: der Attraktor, oder wenn er nicht gut verstanden wird, der „seltsame“ Attraktor. Was ist ein Attraktor?

Das linke Bild zeigt die Versuchsanordnung "Wasserhahn". Ein Mikrophon wird unter einen tropfenden Wasserhahn gehalten und zeichnet die Intervalle und (Laut-) Stärken der Tropfen auf. Zeichnet man eine Grafik der Tropfen, so ergibt sich das rechte Bild, ein Hénon-Attraktor. Vergrößert man in diesem ein kleines Wegstück (durch das Rechteck angegeben), so erhält man selbstähnliche Abbildungen in der rechten Grafik. Diese Selbstähnlichkeit findet sich überall wieder.



Ein weiteres Beispiel mit der Salatschüssel und einer Kugel verdeutlicht dies: in eine Salatschüssel lässt man am Rand eine Kugel hinabgleiten (ähnlich wie beim Roulette). Der Boden der einen Schüssel ist nach innen (unten) gewölbt. Die Kugel wird auf ihrem Weg irgendwann auslaufen und in der Mitte des Schüsselbodens zur

Ruhe kommen: dies ist der Attraktor für die Kugel. Das gleiche Experiment führt man mit einer Schüssel mit einem nach oben gewölbten Boden durch: eine Kugel rollt die Seitenwand hinab, sie rollt über den nach innen gewölbten Boden nach aussen und wird nach vielen Irrläufen in der Rinne um den gewölbten Innenboden zur Ruhe kommen. Hier ist Chaos am Werk: die Wiederholung der Versuche wird nicht den gleichen Weg der Kugel hervorrufen, obwohl die Kugel mit den gleichen Anfangsbedingungen gestartet wird. Sie hat auf ihrem Weg durch die Rinne und den gewölbten Boden zu viele Freiheitsgrade, als dass sie sich „entscheiden“ könnte, den gleichen Weg nochmals zu nehmen; anders formuliert, die inkrementale Änderung der Zustände verfügt über eine nicht berechenbare Wahrscheinlichkeit in der Reproduktion des zurückgelegten Weges der Kugel (die mathematische Formel ist nicht linear).

Nur eines ist sicher: sie wird in dem Attraktor, der Rinne am Schüsselboden, in ihrer Ruhelage landen. Schlimmer noch wird es, wenn der Boden der Schüssel nicht aus einer Wölbung, sondern aus mehreren Wölbungen besteht - die „Bifurkation“ - die Auftrennung in verschiedene Entscheidungsmöglichkeiten der Kugel führt zu gänzlich anderen Rollmustern mit nur einem Unfreiheitsgrad: dem Attraktor, der nun nicht mehr definiert ist: einmal landet die Kugel links, dann rechts, dann an der Seite - es bildet sich langsam der „seltsame“ Attraktor heraus, der in sich selbst nicht mehr genau definiert ist: was würde alles geschehen, wenn das System noch dynamischer würde, d.h. die Schüssel während des Kugellaufs gedreht würde? Die Wahrscheinlichkeit der Vorhersagbarkeit des Ruheortes der Kugel wächst gegen unendlich.

Chaos-Theorie in der ‚wirklichen‘ Welt

Viele Phänomene in unserer beobachtbaren Welt können sehr gut - und wahrscheinlich nur – mit der Chaos Theorie erklärt werden. Die Phänomene sind so weitreichend und komplex wie unsere Welt selbst. Einige nur seien erwähnt.

1. Das System der Blutgefäße des menschlichen Körpers kann nur mittels der Chaos-Theorie beschrieben werden. Keine mathematische Gleichung konventioneller Art kann die Verästelungen und das Funktionieren des Blutgefäß-Systems beschreiben.

2. Störungen in Telekommunikationsleitungen wurden erstmals von Herrn Mandelbrot in den sechziger Jahren des letzten Jahrhunderts untersucht und es war klar, dass nur Phänomene aus der Chaos-Theorie zu einer befriedigenden Lösung und einer Erklärung führen konnten.

3. Schwankungen in den Börsenkursen sind mittels Chaos-Theorie modellierbar und ihr Auf und Ab kann so verstanden werden. Die Vorhersage ist chaos-theoretisch nicht *expressis verbis* möglich.

4. Wetter- und Klima-Phänomene können mit der Chaos-Theorie verstanden werden, da diese sich einer deterministischen Lösung entziehen. Wir merken das täglich an den Problemen der Wettervorhersage.

5. Der Autor hat jahrelang an optischen Systemen in der Qualitätssicherung für die Industrie gearbeitet und dabei wurde klar, dass manche Phänomene, wie das Verhalten von CNC gesteuerten Maschinen in der Produktion von Fehlern, nur mittels Chaos-Theorie verstanden werden können: eine Maschine ist genau programmiert, eine grosse Anzahl verschiedener Löcher präzise an einer ganz bestimmten Stelle einer grossen Stahlplatte zu bohren. Immer wieder kommt es vor, dass ein Loch unter den vielen hundert Löchern völlig ausserhalb jeglicher Toleranz und abweichend von einem Mass gebohrt wird – Chaos setzt ein (Seitenwände von grossen Druckmaschinen für den Offset- und Zeitungsdruck).

Chaos-Theorie im Weltall

Im Weltall sehen wir viele Chaos-Phänomene. Auf drei soll hier kurz eingegangen werden.

- Die Planetenbahnen
- Der grosse Rote Fleck auf dem Jupiter
- Die Bildung von Galaxien.

Sie stellen sehr beeindruckende Beispiele dar, die mit den Mechanismen der Chaos-Theorie verstanden werden können.

Die Planetenbahnen

Die (bekannten) neun Planeten unseres Sonnensystems laufen seit den genauen Messungen des *Tycho de Brahe* (1546-1601) und den Berechnungen des *Johannes Kepler* („Nova Astronomia“ 1608) auf Ellipsenbahnen, nicht Kreisen, um die Sonne. Alle Bahnen liegen in einer Ebene mit einer Variationsbandbreite von ca. 5 Grad, alle Planeten laufen in der gleichen Richtung um die Sonne, was auf einen gleichzeitigen Ursprung vor ca. 4 Milliarden Jahren hindeutet.

Sie folgen dem Vielkörperproblem, nicht nur dem erwähnten 3-Körperproblem. Kleinste Änderungen der Anfangsbedingungen bei den Bahnrechnungen führen zu völlig neuen Bahnresultaten. Mittels der Chaos-Theorie kann man zeigen, dass die Umläufe der Planeten um die Sonne nicht notwendigerweise immer zu den uns bekannten Resultaten führen müssen: plötzlich schert ein Planet aus und irrt im Raum umher. In den uns bekannten Zeiten haben wir dies zwar noch nicht beobachtet, wir leben aber auch nur ca. 1/4 Pluto-Jahr und die ganze Menschheit hat vielleicht 250'000 Pluto-Umläufe erlebt! Beim angenommenen Weltalter von ca. 10 Milliarden Jahren ist dies ein winziger Bruchteil an Zeit.

Auf dem Computer lassen sich Simulationen mit Hunderttausenden von Umläufen in kürzester Zeit simulieren (die Maschinen sind doch zu etwas Nutze). Plötzlich schert ein Körper aus - die Nicht-Linearität des Vielkörperproblems setzt ein. Ein typisches Chaos-Phänomen. Nach einer Weile „beruhigt“ sich das System wieder. Der irrende Planet wird eingefangen und es kann wieder eine „ruhige“ Zeit der Planetenumläufe beginnen, jedoch ohne vorherige Berechenbarkeit des wie lange und warum.

Der grosse rote Fleck des Jupiter

Auf dem Planeten Jupiter beobachtet man Wolkenbänder in der Atmosphäre, die in der Äquatorebene besonders deutlich in Erscheinung treten. In diesen Wolkenbändern sieht man einen riesigen Malstrom, einen Wirbel in den oberen Atmosphäreschichten, der bei einem Durchmesser von ca. 40'000 km bis tief in die unteren Wolkenschichten hineinreicht (zum Vergleich: unsere Erde hat einen *Umfang* von ca. 41'000 km). Gewaltige Gasmassen drehen ihre Wirbel mit extrem starken Kräften analog unseren Wirbelstürmen, nur wesentlich grösser und stärker.

Das bekannte Jupiterphänomen ist seit langer Zeit Gegenstand von Untersuchungen. Es ist vor einigen Jahren gelungen, mittels Simulationen auf Rechnern aus Modellierungen der Chaos-Vorgänge den Grossen Roten Fleck nachzuahmen, und auch die „Swirls“, die kleinen Wirbel, über und unter den Wolkenbändern zu erzeugen.



Die Bildung von Galaxien

Die Struktur der Galaxien mit der schier unendlichen Formenvielfalt und den Verästelungen der Spiralarme (= Milliarden und Abermilliarden Sterne, meist wie unsere Sonne) stellt ein weiteres Darstellungsfeld der Chaos-Theorie dar. Es erscheint bei den Freiheitsgraden der Attraktoren sehr wahrscheinlich, dass nicht eine Galaxis der anderen gleichen kann. Im Gegensatz zu den Planetenbahnen und dem roten Fleck handelt es sich hier tatsächlich um eine Makro-Struktur in der Applikation der Chaos-Theorie und um Phänomene mit extremer Langzeitwirkung (viele Milliarden Jahre).



Zusammenfassung

Das Verständnis um die neue Dimension im Begreifen unserer Welt mittels der Chaos-Theorie, der Theorie der nicht-linearen Systeme, mit ihren offensichtlichen Auswirkungen der fractalen Dimensionen, wurde versucht, darzustellen und Beispiele erwähnt.

Ein neues Bewusstsein wird uns im 21. Jahrhundert prägen, welches die Ganzheitlichkeit der Naturvorgänge um uns herum versucht zu erklären und solche ganzheitlichen Phänomene beschreiben will. Es genügt nicht mehr, wie bislang, sich die Welt idealisiert in Quadern, Kugeln und Kegeln vorzustellen. Sehr alte, ungelöste Probleme, wie die Länge einer Küste, das Vielkörperproblem und der Übergang von einer Dimension in die andere, finden mittels Elementen aus der Chaos-Theorie eine Erklärung - und eine Quantisierungsmöglichkeit. Die Theorie der nicht-linearen Systeme kann ein Hilfsmittel zum Verständnis der Welt um uns herum sein. Sie will nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ Ereignisse beschreiben, die mit herkömmlichen Methoden nicht, oder nur in ihrem idealisierten Umfeld dargelegt werden können.

In diesem Sinne ist die Chaos-Theorie das Werkzeug für das Verständnis unserer komplexen Welt und der Schöpfung.

Literatur und Software Beispiele

Software:

James Gleick / Autodesk für PC: CHAOS - The Software

Michael F. Barnsley: The Desktop Fractal Design System

Bücher:

James Gleick: Chaos - Making a New Science, Penguin.

Manfred Schroeder: Fractals, Chaos and Power Laws, W.H. Freeman and Company

Benoit Mandelbrot: The Fractal Geometry of Nature, W.H. Freeman and Company

Kohn Briggs, F. David Peat: Die Entdeckung des Chaos, dtv Sachbuch

Aristoteles: Vom Himmel, Von der Seele, Von der Dichtkunst, Artemis Verlag

Books on Tape:

Knowledge Products: Complexity and Chaos, Narrated by Edwin Newman.